ارزیابی تحلیلی تأثیر شعاع شانه‌ی قالب و سنبه بر نیروی کشش عمیق*

مصطفی منصوری نژاد [۱] بهمن میرزاخانی [۲]

چکیده *در این تحقیق با استفاده از روابط هندسی موجود بین سنبه و برخی از مشخصات فرایندی، چگونگی تشکیل و توسعه‌ی نواحی مختلف درون قطعه در فرایند کشش عمیق پیش‌بینی شد و رابطه‌ی بین زاویه‌ی خم، شعاع شانه‌ی قالب و سنبه و میزان کرنش در دورلبه (flange) و شانه‌ی قالب به‌ازای مقادیر دلخواه جابجایی سنبه به‌دست آمد. افزون بر این، مؤلفه‌های مختلف نیروی تغییر شکل محاسبه شد و به‌کمک رابطه‌های به‌دست آمده، نمودار نیرو- جابجایی سنبه در میزانهای مختلف شعاع شانه‌ی قالب و سنبه ترسیم و تأثیر این مؤلفه‌ها بر نمودارهای حاصل بررسی شد. نتایج به‌دست آمده نشان دادند که تأثیر شعاع شانه‌ی قالب و سنبه بر میزان جابجایی سنبه در نقطه‌ی بیشینه‌ی نیرو یک‌سان است. تطابق بسیار خوبی بین نتایج این تحقیق و نتایج تجربی سایر محققان به‌دست آمد.*

واژه‌های کلیدی کشش عمیق، شعاع شانه‌ی قالب، شعاع شانه‌ی سنبه، نیروی سنبه، جابجایی سنبه.

Analytical Evaluation of the Effect of Die and Punch Profile Radii on Deep Drawing Force

M. Mansourinejad B. Mirzakhani

Abstract

In this study, the formation of different parts of a cup during deep drawing process has been investigated analytically using the geometrical relationships. For a given punch travel, the effects of the bending angle, and those of the die and shoulder radii on the flange and die shoulder strains were examined. In addition, different components of the deformation force were calculated and the punch force - punch travel diagrams for different die and punch shoulder radii were studied. The results showed that the die and punch shoulder radii have similar effects on the punch travel at the maximum force. There was a very good agreement between the calculated results in this research and those obtained by other investigators.

Key Words Deep drawing, die shoulder radius, punch shoulder radius, punch force, punch travel.

---

* نسخه‌ی نخست مقاله در تاریخ ۹۰/٤/٦ و نسخه‌ی پایانی آن در تاریخ ۹۰/۸/۸ به دفتر نشریه رسیده است.

(۱) مربی، گروه مهندسی مواد و متالورژی، دانشکده‌ی فنی و مهندسی، دانشگاه آزاد اسلامی واحد دزفول

(2) نویسنده‌ی مسوول: استادیار، گروه مهندسی مواد و متالورژی، دانشکده‌ی فنی و مهندسی، دانشگاه اراک

مقدمه

کشش عمیق یکی از مهم‌ترین فرایندهای شکل دهی ورق‌ها است. این فرایند کاربردهای زیادی در صنایع مختلف از جمله صنایع خودروسازی، هوا و فضا، لوازم خانگی و مانند آن دارد [1]. آگاهی از میزان نیروی تغییر شکل و عوامل مؤثر بر آن از دیدگاه فنی و اقتصادی اهمیت بسیار زیادی دارد. نیروی لازم برای کشش عمیق با استفاده از برخی از روابط کلاسیک قابل محاسبه است، ولی این روابط دو اشکال اساسی دارند. اوّل آن‌که نیروی واقعی تغییر شکل با تقریب نسبتاً بالایی محاسبه می‌شود و ثانیاً، تأثیر عوامل مختلفی از جمله نسبت کشش، شعاع شانه‌ی قالب و سنبه، لقی بین سنبه و قالب و نظیر آن (که بر نیروی کشش عمیق تأثیر زیادی دارند) نادیده گرفته می‌شوند [1]. به‌نظر می‌رسد که افزون بر به‌دست آوردن نیروی نزدیک به واقعی تغییر شکل و اطلاع از تأثیر عوامل فرایند بر آن، چگونگی تغییر نیرو حین فرایند نیز مهم باشد، زیرا در بسیاری از موارد هدف تبدیل گرده‌ی ورق به استوانه‌ی کامل نیست، بلکه تولید یک استوانه همراه با لبه مطلوب است. در این شرایط، با دسترسی به نمودار نیرو- جابجایی سنبه نیروی سنبه به‌ازای مقادیر مختلف ارتفاع قابل پیش‌بینی است.

به‌دست آوردن شرایط مناسب فرایند با انجام آزمایش‌های متعدد مستلزم صرف وقت و هزینه‌ی زیادی است. بنابراین، واضح است که پیش‌بینی نیروی تغییر شکل و روند تغییرات آن شرایط لازم برای تولید محصول سالم را فراهم خواهد کرد [2,3]. بعضی از محققان در گذشته ارتباط بین نیرو و جابجایی سنبه را در یک شرایط خاص با استفاده از روش اجزای محدود به‌دست آورده‌اند، ولی تأثیرپذیری این ارتباط از متغیرهای فرایند کم‌تر مورد توجه قرار گرفته است [4,5].

در این تحقیق، تأثیر اندازه‌ی شعاع شانه‌ی قالب و سنبه بر نیروی کشش عمیق و تغییرات آن با جابجایی سنبه مطالعه و تحلیل شده است. برای ارزیابی دقّت تحلیل به‌کار رفته، محاسبات مطابق با شرایط عملی در مرجع شماره‌ی ٦ انجام شد، و نتایج حاصل با نتایج آزمایش‌گاهی موجود در این مرجع مقایسه شدند.

تئوری

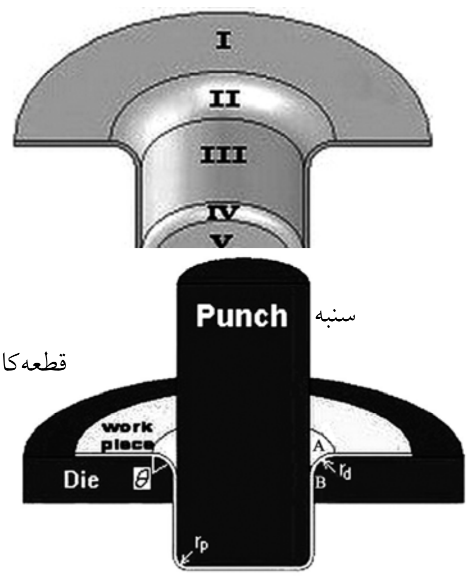
نحوه‌ی شکل‌گیری هندسه‌ی قطعه با پیش‌روی سنبه. در شروع فرایند، پس از تماس سنبه با ورق و با ادامه‌ی پیشروی آن، ورق بر روی شانه‌ی قالب و سنبه خم می‌شود، سطح تماس آن با این مناطق افزایش یافته و زاویه‌ی خم θ که در شانه‌ی قالب و سنبه یکسان است، بیش‌تر می‌شود. زاویه‌ی خم θ نشان‌دهنده‌ی مکان هندسی آخرین نقطه‌ی تماس ورق با شانه‌ی قالب و یا شانه‌ی سنبه است (شکل (۱)). با استفاده از روابط هندسی و اعمال اصلاحات لازم در معادلات ارائه شده در مرجع ۱ به‌منظور استفاده از آن به‌عنوان مدل تحلیلی در این مقاله، ارتباط زاویه‌ی خم با شعاع شانه‌های قالب و سنبه، لقی بین آن‌ها و جابجایی سنبه با رابطه‌ی زیر نمایش داده می‌شود:

$$\theta = A\sin\left[\frac{r_t(C+r_t)+(L-r_t)\sqrt{(C+r_t)^2+(L-r_t)^2-r_t^{2}}}{(C+r_t)^2+(L-r_t)^2}\right] \quad (۱)$$

که در آن، $r_t = r_p + r_d$، r_d و r_p به‌ترتیب شعاع شانه‌ی قالب و سنبه، C میزان لقی بین قالب و سنبه و L میزان جابجایی سنبه (L=0 در لحظه‌ی تماس سنبه با ورق در ابتدای فرایند) می‌باشند. زاویه‌ی خم θ بر حسب رادیان بیان می‌شود.

در شکل (۲) مشاهده می‌شود که روند افزایش θ با افزایش r_p آهسته‌تر می‌شود. به‌عبارت دیگر، با افزایش r_p زاویه‌ی خم θ در جابجایی بیش‌تری از سنبه به‌مقدار دلخواه می‌رسد. از آن‌جا که r_d و r_p در رابطه‌ی (۱) نقش یکسانی دارند، تأثیر این دو عامل بر چگونگی افزایش زاویه‌ی خم یکی است. بنابراین، نمودار مذکور برای $r_p = 6$ mm و $r_d = 4 - 12$ mm

نیز صادق است.



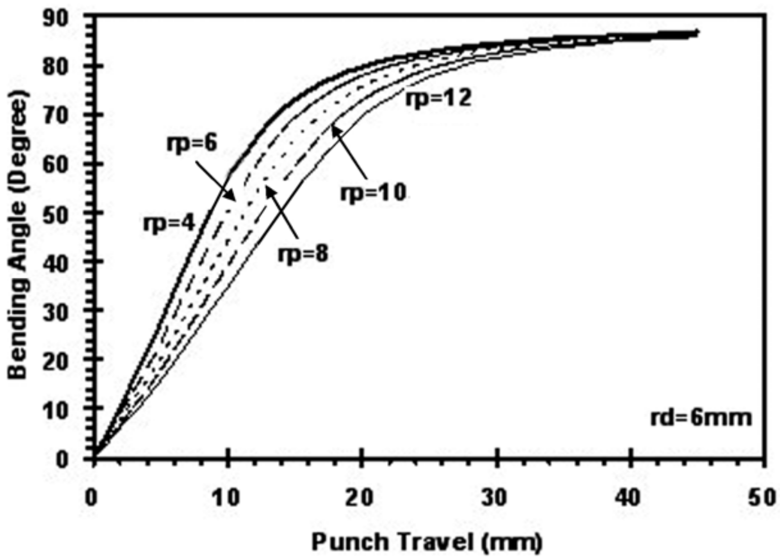
شکل۱ الف) تصویری از فرایند کشش عمیق، (ب): مناطق مختلف در قطعه‌ی کشیده شده

در این بحث، فرض بر این است که تغییر شکل ماده تنها در نواحی دورلبه و شانه‌ی قالب رخ می‌دهد.

بنابراین، جمع‌شدگی محیطی و کشیدگی شعاعی اجزای گرده‌ی اولیّه تا موقعی است که آن‌ها با شانه‌ی قالب در تماس باشند. به‌عبارت دیگر، پس از آخرین تماس ماده با شانه‌ی قالب (طی کردن زاویه‌ی θ)، اجزای ماده حرکت صلب خواهند داشت.

همان‌طور که در شکل (۱- الف) مشاهده می‌شود، با پیش‌روی سنبه گرده‌ی ورق اولیّه به شعاع R_0 به یک قوطی نیمه کشیده‌ای تبدیل می‌شود که از پنج قسمت تشکیل شده است. مساحت این پنج ناحیه با در نظر گرفتن اجزای کوچک در ماده و انتگرال‌گیری، به‌کمک روابط هندسی محاسبه می‌شود [1].

ناحیه‌ی I: این ناحیه حلقوی شکل است و مساحت آن برابر با $\pi[R^2-(R_1+C+r_d)^2]$ می‌باشد. در این رابطه، R شعاع لحظه‌ای گرده (شعاع نقاط لبه‌ای دورلبه) و R_1 شعاع سنبه است.



شکل۲ تأثیر شعاع شانه‌ی سنبه بر چگونگی افزایش زاویه‌ی خم

ناحیه‌ی II: رویه‌ای مدور با قوس بیرونی است کـه بـا شانه‌ی قالب در تماس بوده و مـساحت آن (S_d) برابـر است با:

$$S_d = 2\pi r_d[(R_1 + C)\theta + (\theta + \cos\theta - 1)r_d] \quad (۲)$$

ناحیه‌ی III: ایـن ناحیـه سـطح جـانبی یـک مخـروط ناقص است که مساحت آن (S_w) با استفاده از رابطـه‌ی زیر محاسبه می‌شود:

$$S_w = p\sqrt{1 + \tan^2 q}\{[R_1 + C + R_d(1 - \sin q)]^2 - [R_1 - r_p(1 - \sin q)]^2\} \quad (۳)$$

ناحیه‌ی IV: رویه‌ای مدور با قوس داخلی است کـه بـا شانه‌ی پانچ در تماس بـوده و مـساحت آن (S_p) برابـر است با:

$$S_p = 2\pi r_p[R_1\theta + (1 - \theta - \cos\theta)r_p] \quad (٤)$$

ناحیه‌ی V: این ناحیه معادل سـطح صـاف کـف سـنبه است و مساحت آن برابر با $\pi(R_1 - r_p)^2$ می‌باشد.

با ادامه‌ی پـیش‌روی سـنبه، نـواحی II، III و IV به‌طور پیوسته توسـعه مـی‌یابنـد و وسـعت ناحیـه‌ی I کاهش می‌یابد، در حالی که ناحیه‌ی V در طول فراینـد ثابت باقی می‌ماند.

محاسبه‌ی نیروی سنبه

نیروی سنبه برابر است با حاصل‌ضرب مـساحت سطح مقطع دیواره‌ی محصول در تنش اعمـالی بـر آن. تنش وارد بر دیواره‌ی محصول در حالت کشش از چند بخش تشکیل شده است [6]:

الف- تنش لازم بـرای کـشش شـعاعی مـاده (Radial Tension)

ب- تنش لازم بـرای غلبـه بـر اصـطکاک بـین مـاده و ورق‌گیر، و ماده و قالب

پ- تنش لازم برای خمش ورق

ت- تنش لازم برای غلبـه بـر اصـطکاک بـین قطعـه و قالب در ناحیه‌ی شانه‌ی قالب

ث- تنش لازم برای بازخمش ورق

الف- تنش لازم برای کشش شـعاعی مـاده. بعـد از پیش‌روی سنبه بـه‌میـزان L، رابطـه‌ی (۵) بـرای شـعاع اولیه‌ی ρ_0 برقرار است. این رابطه با توجـه بـه شـکل (۱) و فرض ثابت بودن ضخامت به‌دست آمده است:

$$\pi\rho_0^2 = \pi(R_1 - r_p)^2 + S_p + S_w + S_d + S' \quad (۵)$$

دو حالت زیر برای S' وجود دارد:

۱- اگر ρ_0 به‌شکلی باشد که پس از جابجایی سنبه بـه میزان L، اجزای کوچک با شعاع ρ_0 به شـانه‌ی قالـب نرسند. در ایـن حالـت، S' سـطحی حلقـوی شـکل در ناحیـــه‌ی دورلبـــه اســـت و مـــساحت آن برابـــر بـــا $\pi[\rho_1^2 - (R_1 + C + r_d)^2]$ مـــی‌باشـــد. ρ_1 شـــعاع جـــزء کوچکی است که شعاع ابتدایی آن ρ_0 بوده است.

۲- اگر ρ_0 به‌شکلی باشد کـه پـس از جابجـایی سـنبه به‌میزان L، اجزای کوچـک بـا شـعاع ρ_0 وارد شـانه‌ی قالب شوند. در این حالت، S' یک رویه‌ی دوّار با قوس بیرونی خواهد بود و اگر چه مساحت آن با اسـتفاده از رابطه‌ای مـشابه بـا رابطـه‌ی ۲ محاسـبه مـی‌شـود، امّا می‌توان کمّیت ρ را به‌گونه‌ای تعریف کرد که S' ماننـد حالت اول قابل محاسبه باشد. به‌ایـن ترتیـب، رابطـه‌ی (۵) به رابطه‌ی زیر تبدیل خواهد شد:

$$\pi\rho_0^2 = \pi(R_1 - r_p)^2 + S_p + S_w + S_d + \pi[\rho_1^2 - (R_1 + C + r_d)^2]$$
$$\rho_1 = R_1 + C + r_d + x \quad , \quad -r_d \sin\theta \pounds x \pounds R_0 - (R_1 + C + r_d) \quad (٦)$$

بنابراین، به‌ازای جابجایی دلخـواه L و بـا فـرض ثابت بودن ضخامت گرده‌ی اولیه، کرنش شعاعی ایجاد شده در هر جزء اولیّه بـه شـعاع ρ_0 بـا جـای‌گـذاری رابطه‌ی (٦) در رابطه‌ی کرنش به‌دست می‌آید:

$$\varepsilon_{rt} = \ln\frac{\rho_0}{\rho_1} = \ln\sqrt{\frac{(R_1 - r_p)^2 + (S_p + S_w + S_d)/\pi - (R_1 + C + r_d)^2}{\rho_1^2} + 1} \quad (۷)$$

مشاهده می‌شود که در جابجایی سنبه به‌میزان L، بیش‌ترین مقدار کرنش در جزء اولیّه‌ای اتفاق می‌افتد که شعاع آن (ρ_o) به کم‌ترین مقدار ρ_1 تبدیل شده باشد. بنابراین، برای دست‌یابی به بالاترین میزان کرنش، لازم است تا x در رابطه‌ی ٦ برابر با $-r_d \sin\theta$ باشد. در این‌صورت، S' در رابطه‌ی (۵) با $-S_d$ برابر شده و رابطه‌ی (۷) که بیش‌ترین میزان کرنش شعاعی ایجاد شده به‌ازای L دلخواه را به‌دست می‌دهد، به رابطه‌ی زیر تبدیل خواهد شد:

$$\varepsilon_{rt}=\ln\sqrt{\frac{(R_1-r_p)^2+(S_p+S_w)/\pi}{R_1+C+r_d(1-\sin\theta)}} \qquad (۸)$$

از آن‌جا که حالت کرنش در ناحیه‌ی دورلبه صفحه‌ای است، کرنش مؤثر (ε_{ef}) برابر با $1.155\varepsilon_r$ خواهد بود. رفتار کارسختی اغلب فلزات و آلیاژها از رابطه‌ی لودویک- هولومن ($\sigma = k\varepsilon^n$) پیروی می‌کند. در این تحقیق نیز فرض شده است که این رابطه برقرار است و بنابراین، تنش سیلان میانگین از رابطه‌ی زیر به‌دست می‌آید:

$$\bar{y}_t=\frac{k\varepsilon_{ef}^n}{1+n} \qquad (۹)$$

اگر فرض کنیم که ε_{ef} تنها در نتیجه‌ی کشش شعاعی ایجاد شده باشد، $\bar{y}_t$ تنش سیلان میانگین اجزای کوچکی است که زاویه‌ی خم آن‌ها برابر با θ است. در رابطه‌ی (۹)، k ضریب استحکام و n توان کارسختی است. لازم به ذکر است که مطابق شکل (۱)، زاویه‌ی خم صفر درجه هنگامی رخ می‌دهد که جابجایی سنبه صفر باشد.

علی‌رغم این‌که نویسندگان مقاله از ناهمسان‌گردی مواد در مقیاس میکروسکپی آگاه هستند، امّا همسان‌گردی ماده در مدل ارائه شده در این تحقیق پیش فرض شده است. بنابراین، با فرض همسان‌گرد بودن ماده و برقراری حالت تعادل برای نیروها و اعمال شرایط مرزی برای یک جزء کوچک دلخواه واقع در ناحیه‌ی دورلبه، تنش کششی (σ_r) برای کشش شعاعی اجزای کوچک دورلبه تا آخرین نقطی تغییر شکل (آخرین نقطه‌ی تماس ماده با شانه‌ی قالب) و تشکیل دیواره‌ی محصول با استفاده از رابطه‌ی زیر محاسبه می‌شود [8]:

$$\sigma_{rt}=1.155\bar{y}_t\ln\frac{R}{\rho_1} \qquad (۱۰)$$

اگر در رابطه‌ی (٦) به‌جای ρ_0 و ρ_1 به‌ترتیب R_0 و R قرار داده شود، و R به‌دست آمده از آن در رابطه‌ی (۱۰) جای‌گزین شود، تنش کششی خالص به‌شکل زیر محاسبه می‌شود:

$$\sigma_{rt}=1.155\bar{y}_t\ln\frac{\sqrt{R_0^2-(R_1-r_p)^2-(S_p+S_w+S_d)/\pi+(R_1+C+r_d)^2}}{R_1+C+r_d(1-\sin\theta)} \qquad (۱۱)$$

ب- تنش لازم برای غلبه بر اصطکاک بین ورق‌گیر و قالب. با استفاده از رابطه‌های ذکر شده در مرجع ٦، تنش اصطکاکی (σ_{ff}) به‌شکل زیر قابل محاسبه خواهد بود:

$$\sigma_{ff}=\frac{\mu F_{bh}}{\pi(R_1+C+r_d)t_0} \qquad (۱۲)$$

در این رابطه، μ ضریب اصطکاک، F_{bh} نیروی ورق‌گیر و t_0 ضخامت ورق است (فرض بر این است که ضخامت در طول فرایند ثابت باقی بماند).

پ- تنش لازم برای خمش ماده. در نقطه‌ی A (فصل مشترک دورلبه و شانه‌ی قالب)، اجزای کوچک ماده دچار خمش می‌شوند. با در نظر گرفتن یک جزء کوچک و نوشتن تعادل نیروها و موازنه‌ی نرخ کار ورودی و خروجی به‌این جزء، تنش لازم برای خمش ماده به‌شکل زیر محاسبه می‌شود [6,9]:

$$\sigma_b=\frac{t_0[\bar{y}_f^2+(\sigma_{rf}+\sigma_{ff})^2]}{\sqrt{3}\bar{y}_f(2r_d+t_0)} \qquad (۱۳)$$

$\overline{y}_f$ تنش تسلیم المانی است که در جابجایی L به نقطهٔ A رسیده و σ_{rf} نیز تنش شعاعی لازم جهت کشش شعاعی المانهای فلنج تا نقطهٔ A می باشد.

کرنش مؤثری که در نقطه‌ی A ایجاد می‌شود، با استفاده از رابطه‌ی زیر به‌دست می‌آید:

$$\varepsilon_{rf} = 1.155 \ln \frac{\sqrt{(R_1 - r_p)^2 + (S_p + S_w + S_d)/\pi}}{R_1 + C + r_d} \qquad (۱٤)$$

$\overline{y}_f$ را می‌توان با استفاده از رابطه‌ای مشابه با رابطه‌ی (۹) محاسبه کرد، و σ_{rf} نیز همانند آنچه در مورد σ_{rt} شرح داده شد، به‌صورت زیر و مشابه با رابطه‌ی (۱۱) قابل محاسبه خواهد بود:

$$\sigma_{rf} = 1.155\overline{y}_f \ln \frac{\sqrt{R_0^2 - (R_1 - r_p)^2 - (S_p + S_w + S_d)/\pi + (R_1 + C + r_d)^2}}{R_1 + C + r_d} \qquad (۱٥)$$

ت- تنش لازم برای غلبه بر اصطکاک بین ماده و شانه‌ی قالب. با برقراری حالت تعادل بین نیروهای اعمالی بر اجزای کوچک در شانه‌ی قالب، تنش اصطکاکی (σ_{fs}) محاسبه می‌شود:

$$\sigma_{fs} = (\sigma_{rt} + \sigma_{ff} + \sigma_b)(e^{\mu\theta} - 1) \qquad (۱٦)$$

ث- تنش لازم برای بازخمش (خم‌گشایی) ماده. همانند روش محاسبه‌ی σ_b، تنش بازخمش (σ_{un}) که در نقطه‌ی B اعمال می‌شود نیز به‌شکل زیر قابل محاسبه است [6,9]:

$$\sigma_{un} = \frac{t_0[\overline{y}_t^2 + (\sigma_{rt} + \sigma_{ff} + \sigma_{fs} + \sigma_b)^2]}{\sqrt{3}\overline{y}_t(2r_d + t_0)} \qquad (۱۷)$$

بنابراین، نیروی کشش عمیق (F_{tot}) با استفاده از رابطه‌ی زیر به‌دست خواهد آمد:

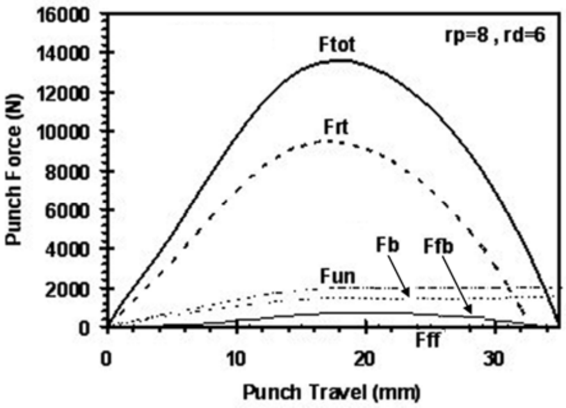
$$F_{tot} = 2\pi R_1 t_0 (\sigma_{rt} + \sigma_{ff} + \sigma_{fs} + \sigma_b + \sigma_{un}) \qquad (۱۸)$$

نتایج و بحث

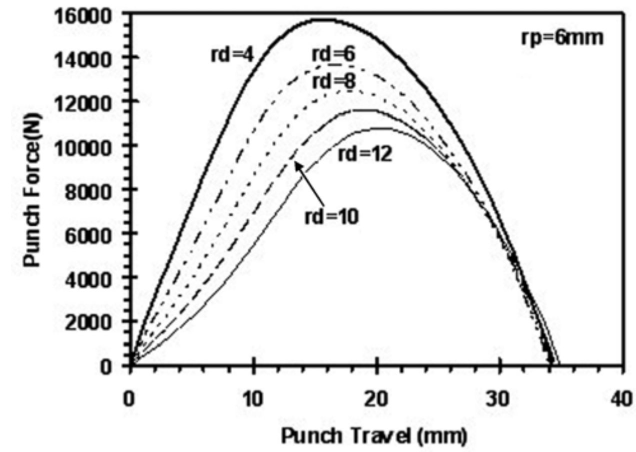
نتایج محاسباتی این تحقیق مطابق با شرایط آزمایشگاهی مرجع ٦، به‌صورت نمودارهای نیرو-جابجایی سنبه ارائه و مقایسه گردید.

شکل (۳) تغییرات نیروی سنبه و اجزای تشکیل دهنده‌ی آن را بر حسب جابجایی سنبه نشان می‌دهد. همان‌گونه که مشاهده می‌شود، نیروی کششی شعاعی همانند نیروی کل تغییر شکل پس از رسیدن به نقطه‌ی بیشینه دوباره به صفر می‌رسد، زیرا از طرفی با ادامه‌ی پیش‌روی سنبه ماده کرنش بیش‌تری را تجربه کرده و تنش سیلان آن در نتیجه‌ی کارسختی به‌طور پیوسته در حال افزایش خواهد بود، و از طرف دیگر، شعاع گرده (R) به‌شکل پیوسته کاهش می‌باشد. بنابراین با توجه به رابطه‌ی ۱۰، برهم‌کنش سیر صعودی تنش سیلان ماده و سیر نزولی شعاع گرده باعث می‌شود تا نیروی کششی شعاعی ابتدا افزایش و سپس کاهش یابد.

اگر چه نیروی لازم برای غلبه بر اصطکاک بین ماده و شانه‌ی قالب تقریباً کم است، امّا با توجه به رابطه‌ی (۱٦) تغییرات آن شبیه به نیروی کششی شعاعی است. با توجه به رابطه‌ی (۱۳) و این نکته که مقدار عددی σ_{ff} نسبت به مقادیر $\overline{y}_f$ و σ_{rf} بسیار کم‌تر است، نیروی لازم برای خمش ماده در نقطه‌ی A بیش‌ترین تأثیر را از $\overline{y}_f$ و σ_{rf} می‌پذیرد. همان‌گونه که قبلاً گفته شد، $\overline{y}_f$ همانند تنش سیلان در هر نقطه‌ی در حال تغییر شکل به‌طور پیوسته افزایش می‌یابد، و σ_{rf} نیز پس از رسیدن به نقطه‌ی اوج دوباره افت می‌کند. بنابراین، برهم‌کنش این تغییرات باعث می‌شود تا F_b تا نقطه‌ی اوج نیروی کششی شعاعی افزایش یابد و پس از آن ثابت باقی بماند. چگونگی تغییرات F_{un} نیز همانند F_b شرح داده می‌شود، و مقدار F_{ff} نیز ناچیز و تقریباً برابر با صفر است.



شکل۳ تغییرات نیروی سنبه و اجزای تشکیل دهنده‌ی آن بر حسب جابجایی سنبه

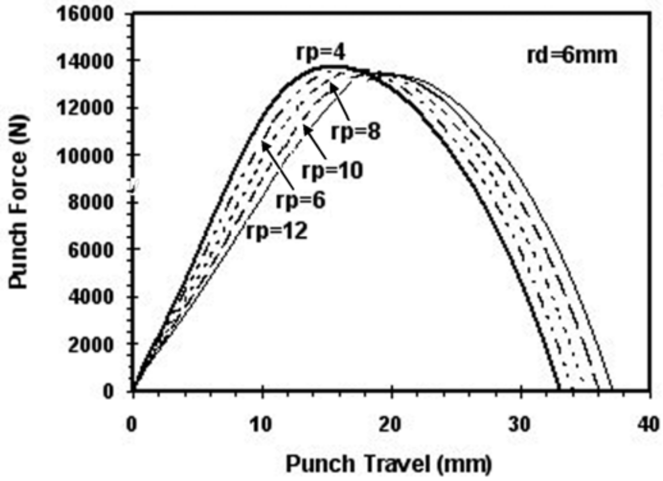


شکل٤ تأثیر شعاع شانه‌ی قالب بر نیروی کشش عمیق و چگونگی تغییرات آن با جایجایی سنبه

در شکل (٤) تأثیر شعاع شانه‌ی قالب بر نیروی تغییر شکل و چگونگی تغییرات آن با جابجایی سنبه نشان داده شده است. مشاهده می‌شود که با افزایش شعاع شانه‌ی قالب از ٤ به ۱۲ میلی‌متر، اولاً بیش‌ترین نیروی تغییر شکل از ١٤ به ۱۱/٤۷ کیلو نیوتن کاهش یافته است و ثانیاً، این افزایش در جابجایی بیش‌تری از سنبه (از ١٦ به ۲۰ میلی‌متر) رخ داده است. کاهش F_{tot} با افزایش r_d به‌دلیل کاهش میزان عوامل موجود در رابطه‌ی F_{tot}، یعنی F_{rt}، F_b، F_{un}، می‌باشد، زیرا با افزایش r_d از یک طرف شعاع خم و بازخم افزایش و F_b و F_{un} کاهش (مطابق با رابطه‌های ۱۳ و ۱۷) می‌یابند و از طرف دیگر، چون شعاع آخرین نقطه‌ی تماس ماده با شانه‌ی قالب (ρ_1) به‌ازای L معین برابر با $R_1 + C + r_d(1-\sin\theta)$ است، افزایش شعاع شانه‌ی قالب به دو شکل مستقیم (افزایش r_d) و غیر مستقیم (کاهش θ) باعث افزایش ρ_1 و در نتیجه، کاهش نسبت کشش و F_{rt} می‌شود. دلیل این‌که با افزایش r_d بیش‌ترین میزان نیروی تغییر شکل در جابجایی بیش‌تری از سنبه رخ می‌دهد آن است که مطابق با شکل (۱)، زاویه‌ی خم θ با افزایش r_d یا r_p کوچک‌تر می‌شود. بنابراین، با افزایش r_d به پیش‌روی بیش‌تری از سنبه برای رسیدن به‌میزان مشخصی از θ که خود مستلزم افزایش نیروی سنبه به‌میزان معینی است، نیاز خواهد بود.

در شکل (۵)، تأثیر شعاع شانه‌ی سنبه بر نیروی تغییر شکل و چگونگی تغییرات آن با جابجایی سنبه نشان داده شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود، بیش‌ترین نیروی تغییر شکل با افزایش r_p کاهش اندکی می‌یابد، و این افزایش در جابجایی بیش‌تری از سنبه رخ می‌دهد. با توجه به رابطه‌ی (۱)، میزان و چگونگی تأثیر r_p بر جابجایی سنبه در نیروی بیشینه دقیقاً شبیه به تأثیر r_d است.

همان‌گونه که قبلاً گفته شد، افزایش r_p به‌ازای مقادیر دلخواه L باعث کاهش زاویه‌ی خم می‌شود. بنابراین، افزایش r_p منجر به کاهش غیر مستقیم نسبت کشش می‌شود و به‌این ترتیب، F_{tot} نیز کمی کاهش می‌یابد. تأثیر اندک r_p بر F_{tot} در مقایسه با r_d کاملاً منطقی است، زیرا اولاً با توجه به رابطه‌ی (۱۱) و این‌که عامل مستقل r_d در مخرج ظاهر شده است، از دیدگاه ریاضی واضح است که تأثیر r_d بر F_{rt} بسیار بیش‌تر از تأثیر r_p است، و ثانیاً بر خلاف آن‌که r_p بر F_b و F_{un} تقریباً بی‌تأثیر است، r_d بر روی این دو عامل نیرو تأثیر زیادی دارد.



شکل۵ تأثیر شعاع شانه‌ی سنبه بر نیروی کشش عمیق و چگونگی تغییرات آن با جایجایی سنبه

جدول ۱ مقایسه‌ی نتایج محاسبه شده و تجربی پیرامون تأثیر شعاع شانه‌ی قالب بر بیش‌ترین نیرو و جابجایی مربوط به آن

r_d (mm)	F_{max} تجربی (N)	F_{max} محاسبه شده (N)	جابجایی سنبه به‌ازای مقادیر F_{max} تجربی (mm)	جابجایی سنبه به‌ازای مقادیر محاسبه شده‌ی F_{max} (mm)	درصد خطای F_{max} مربوط به محاسبه شده (٪)	درصد خطای مربوط به جابجایی محاسبه شده‌ی سنبه (٪)
٤	١٤٠٠٠	١٥٧٠٠	١٧	١٦	+١٢	−٥
٦	١٣٤٠٠	١٣٧٠٠	١٧	١٧	+٢	٠
٨	١٢٨٠٠	١٢٥٠٠	١٩	١٨	−٢	−٥
١٠	١٢١٠٠	١١٦٠٠	١٨	١٩	−٤	+٥
١٢	١١٤٠٠	١٠٨٠٠	١٩	٢٠	−٥	+٥

جدول ۲ مقایسه‌ی نتایج محاسبه شده و تجربی پیرامون تأثیر شعاع شانه‌ی سنبه بر بیش‌ترین نیرو و جابجایی مربوط به آن

درصد خطای مربوط به جابجایی محاسبه شده‌ی سنبه (٪)	درصد خطای مربوط به F_{max} محاسبه شده (٪)	جابجایی سنبه به‌ازای مقادیر محاسبه شده‌ی F_{max} (mm)	جابجایی سنبه به‌ازای مقادیر تجربی F_{max} (mm)	F_{max} محاسبه شده (N)	F_{max} تجربی (N)	r_p (mm)
−٦	+۲	١٦	۱۷	۱۳۸۰۰	۱۳۵۰۰	٤
۰	+۲	۱۷	۱۷	۱۳۷۰۰	۱۳٤۰۰	٦
−۵	+۲	۱۸	۱۹	۱۳٦۰۰	۱۳۳۰۰	۸
−۱۳	−۱	۱۹	۲۲	۱۳۵۰۰	۱۳۷۰۰	۱۰
−۹	−۱	۲۰	۲۲	۱۳٤۰۰	۱۳۵۰۰	۱۲

برای بررسی تأثیر شعاع شانه‌ی قالب و سنبه بر بیش‌ترین نیروی کشش عمیق و جابجایی مربوط به آن، داده‌های محاسبه شده در این تحقیق و اطلاعات تجربی موجود در مرجع ٦ که در فرایندی مشابه به‌دست آمده‌اند، در جدول‌های (۱) و (۲) با یک‌دیگر مقایسه شده‌اند.

نتیجه‌گیری

در این تحقیق نشان داده شد که:

۱- تأثیر شعاع شانه‌ی قالب و سنبه بر زاویه‌ی خم مشابه است.

۲- تأثیر شعاع شانه‌ی قالب و سنبه بر جابجایی سنبه در نیروی بیشینه یکسان است، به‌گونه‌ای که با افزایش r_d یا r_p از ٤ به ۱۲ میلی‌متر جابجایی سنبه در نیروی بیشینه به‌طور خطی افزایش یافته و از ١٦ به ۲۰ میلی‌متر می‌رسد.

۳- افزایش r_d از ٤ به ۱۲ میلی‌متر منجر به کاهش نیروی بیشینه‌ی کشش از ۱۵/۷ به ۱۰/۸ کیلو نیوتن می‌شود. افزون بر این، افزایش r_p به همین میزان منجر به کاهش نیروی بیشینه‌ی کشش از ۱۳/۸ به ۱۳/٤ کیلو نیوتن می‌شود.

٤- کاهش r_d تأثیر بسیار بیشتری در مقایسه با r_p بر افزایش نسبت کشش دارد. این نکته یکی از دلایل اصلی تأثیر زیاد r_d و تأثیر اندک r_p بر نیروی بیشینه به حساب می‌آید.

تشکر و قدردانی

نویسندگان مقاله از مسئولان دانشگاه اراک به دلیل حمایت مالی از انجام طرح تحقیقاتی به شماره‌ی ۸۹/۲۷۲٦ تشکر و قدردانی می‌کنند.

مراجع

1. Johnson,W. *"Engineering Plasticity"*, Ellis Horwood Limited, Chichester, (1983).

2 . Browne M.T. and Hillery M.T., "*Optimising the variables when deep-drawing C.R.1 cups*", J. Mater. Process. Technol., 136, pp. 64-71, (2003).

3. Leu D.K., *"Pridiction of the maximum drawing load in the deep drawing process of sheet metals*", J. Mater. Process. Technol., 72, pp. 256-261, (1997).

4. Mamelis A.G., Manolakos D.E. and Baldoukas A.K., *"Simulation of sheet metal forming using explicit finite-element techniques: effect of material and forming characteristics, part 1: deep drawing of cylindrical cups*", J. Mater. Process. Technol., 72, pp. 48-60, (1997).

5. Freshteh-Saneiee F. and Montazeran M.H., "*A comparative estimation of the forming load in the deep drawing processes*", J. Mater. Process. Technol., 140, pp. 555-561, (2003).

6. Moshksar M.M. and Zamanian A., *"Optimization of the tool geometry in the deep drawing of aluminum*", J. Mater. Process. Technol., 72, pp. 363-370, (1997).

7..Dejmal I., Tirosh J., Shirizly A. and Rubinsky L., *"On the optimal die curvature in deep drawing processes*", Int. J. Mech. Sci, 44, pp. 1245-1258, (2002).

8. Mahdavian S.M. and He D., *"Production thickness analysis in pure cup-drawing*", J. Mater. Process. Technol., 51, pp. 387-406. , (1995).

9. Marciniak Z. and Duncan J.L, "*The Mechanics of Sheet Metal Forming"* , First ed., Edward Arnold, London, (1992).